



# Ошибки аппроксимации радиальной дозовой функции кобальтовых источников для брахитерапии полиномами 3–5-й степени

Белоусов А.В.<sup>1</sup> • Белянов А.А.<sup>2</sup> • Черняев А.П.<sup>1,2</sup>

**Белоусов Александр Витальевич** – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры физики ускорителей и радиационной медицины физического факультета<sup>1</sup>  
✉ 119991, г. Москва, Ленинские горы, 1/2, физический факультет МГУ, Российская Федерация.  
Тел.: +7 (495) 939 49 46.  
E-mail: belousovav@physics.msu.ru

**Белянов Александр Александрович** – мл. науч. сотр. кафедры физики ускорителей и радиационной медицины физического факультета<sup>1</sup>

**Черняев Александр Петрович** – д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой физики ускорителей и радиационной медицины физического факультета<sup>1</sup>, заведующий лабораторией пучковых технологий и медицинской физики<sup>2</sup>

**Актуальность.** Качество лучевой терапии может быть гарантировано только при высокой точности определения поглощенной дозы, а следовательно, высокой точности аппроксимации радиальной дозовой функции. Полиномы 3–5-й степени обеспечивают требуемую точность, однако неопределенность их коэффициентов может приводить к существенным погрешностям. **Цель** – исследование погрешности вычисления радиальной дозовой функции кобальтового источника с учетом неопределенности коэффициентов в зависимости от степени аппроксимационного полинома. **Материал и методы.** Вычисления выполнены с помощью программного комплекса GEANT4.9.6. Геометрия и материалы источника соответствуют модели BEBIGCo0.A86. Спектральный состав источника соответствует данным NuDat 2.6. Статистическая обработка

проведена нелинейным методом наименьших квадратов. **Результаты.** Вычислены значения радиальной дозовой функции кобальтового источника для брахитерапии в заданной геометрии. Проведено сравнение точностей полиномиальных аппроксимаций степеней 3–5, а также возможных неопределенностей результатов вычислений радиальной дозовой функции. **Заключение.** Для достижения неопределенности аппроксимирующей радиальной дозовой функции в 25% и менее на радиусе 10 см оптимальным выбором при аппроксимации радиальной дозовой функции представляются полиномы 3-й степени.

**Ключевые слова:** аппроксимация, брахитерапия, кобальт, радиальная дозовая функция

doi: 10.18786/2072-0505-2016-44-2-140-147

<sup>1</sup> ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»; 119991, г. Москва, Ленинские горы, 1, Российская Федерация

<sup>2</sup> Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова; 119991, г. Москва, Ленинские горы, 1/2, Российская Федерация



Согласно протоколу рабочей группы № 43 Американской ассоциации медицинских физиков (AAPM TG 43) [1], перед введением в клиническую практику новых источников для брахитерапии необходимо определить их дозиметрические характеристики. Набор этих характеристик приведен в том же протоколе и его более поздней версии TG 43U1 [2]. Там же указывается, что эти данные должны быть получены в эксперименте, а также определены с помощью компьютерного моделирования методом Монте-Карло и опубликованы в рецензируемом журнале. Набор этих данных необходим для составления плана лечения с помощью компьютерных систем дозиметрического планирования. В частности, одним из вводимых в систему параметров является радиальная дозовая функция  $g(r)$ . Подробности определения данного параметра можно найти в протоколе AAPM TG 43 [1].

В соответствии с TG43, радиальная дозовая функция аппроксимируется полиномами 5-го порядка. При этом точность определения коэффициентов данной функции должна быть такова, чтобы погрешность аппроксимации была не хуже 2%. В большинстве работ [3–6], даже если приводятся коэффициенты аппроксимации, не указывается точность аппроксимации, а также точность определения коэффициентов аппроксимации и возможная неопределенность функции аппроксимации. Встречаются работы, в которых предлагается аппроксимировать радиальную дозовую функцию полиномами меньшего порядка [7–8]. Повышение степени полинома, как правило, увеличивает точность аппроксимации, однако при этом возрастают возможные погрешности самой аппроксимации, связанные с неопределенностью коэффициентов. Кроме того, существенно (в разы) возрастают ошибки аппроксимации вне области, для которой вычислялись кривые. В идеальном случае система планирования должна содержать набор аппроксимирующих функций, а выбор конкретной функции при составлении плана должен осуществляться медицинским физиком в соответствии с поставленной врачом задачей. Например, для менее удаленных от источника опухолей более критична точность аппроксимационной функции, а для более удаленных – уменьшение неопределенности в вычислении кривой.

Вообще в малом количестве опубликованных работ приводятся сведения о функциях аппроксимации, обычно ограничиваются табличными значениями радиальной дозовой функции.

Естественно, эти функции можно построить самим, однако это затрудняет анализ данных литературы, особенно если не полностью указаны условия компьютерного моделирования, например, размер области, в которой определялась поглощенная доза. Нет также единого стандарта по сетке, на которой определяется радиальная дозовая функция. В отчете рабочей группы AAPM по дозиметрии высокоэнергетичных источников для брахитерапии [9] рекомендовано определять поглощенную дозу на расстояниях 2,5, 5, 7,5, 10, 15 мм и с шагом 10 мм от 20 до 100 мм. При этом отмечается, что за счет быстрого спада дозы, примерно пропорционального обратному квадрату расстояния, на больших расстояниях мощность дозы клинически не значима, а в тех случаях, когда требуется ее определить, пользователя отсылает к оригиналу публикации.

Цели настоящей работы – моделирование распределения поглощенной дозы вокруг модельного источника для брахитерапии на основе  $^{60}\text{Co}$  на сетках с различным шагом; вычисление радиальной дозовой функции и параметров ее аппроксимации полиномами 3–5-й степени; определение оптимальных условий для вычисления и аппроксимации.

## Материал и методы

Для вычисления распределения поглощенной дозы вокруг источника использовался программный пакет GEANT4.9.6. Геометрия и материалы источника соответствуют модели VEBIGCo0. A86, подробные сведения можно найти в работе [8]. Источник размещался в центре водного фантома в виде куба со стороной 80 см, размеры которого достаточны для обеспечения полного рассеяния фотонов. Спектральный состав источника соответствует данным NuDat 2.6 [10]. Поглощенная энергия рассчитывалась на сетке цилиндрических элементарных объемов – вокселей<sup>1</sup> – в плоскости, перпендикулярной оси источника и проходящей через его центр. Толщина плоскости – 1 мм, ширина цилиндрического слоя – 0,1 мм. Всего смоделировано  $2 \times 10^9$  первичных фотонов, в 10 независимых экспериментах, для оценки статистической погрешности. Поглощенная в вокселе доза рассчитывалась как отношение поглощенной энергии к массе вокселя.

Значения радиальной дозовой функции рассчитывались согласно [2] с учетом, что в центральной плоскости (рис. 1)  $\theta_0 = \pi/2$

$$g(r) = \frac{D(r) G_L(r_0)}{D(r_0) G_L(r)}, \quad (1)$$

<sup>1</sup> От англ. *Volume + Pixel* – Прим. ред.

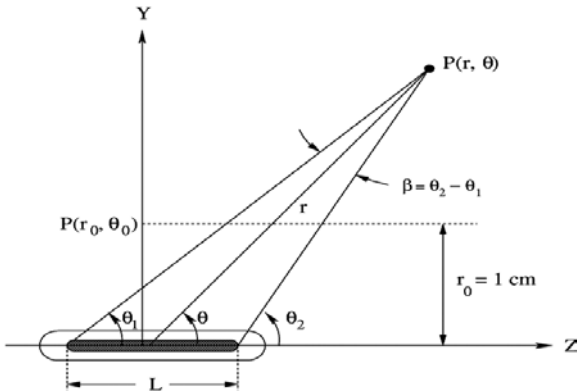


Рис. 1. Геометрия источника

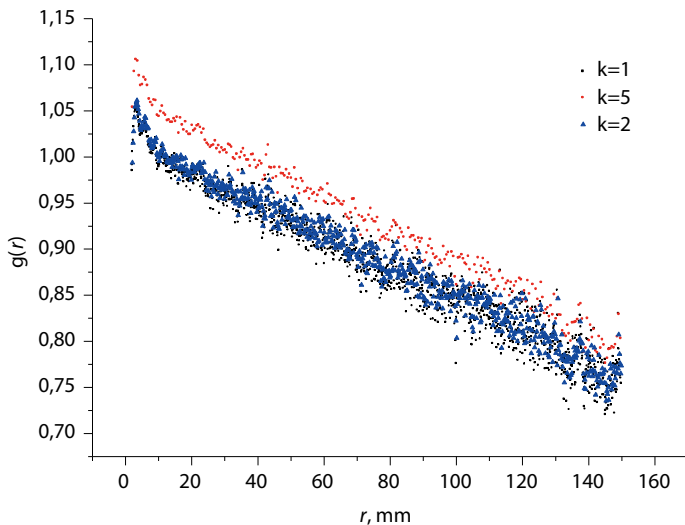


Рис. 2. Радиальная дозовая функция, рассчитанная при разных объемах вокселей

где  $D(r)$  – значение поглощенной дозы на расстоянии  $r$  от источника,  $D(r_0)$  – значение поглощенной дозы на расстоянии  $r_0 = 1$  см от источника,  $G_L(r)$  – геометрическая функция

$$G_L(r) = \frac{2 \arctg(2r/L)}{rL}, \quad (2)$$

где  $L$  – длина активной части источника.

Значения радиальной дозовой функции аппроксимировались полиномами 3-, 4- и 5-й степени методом наименьших квадратов. Для оценки качества аппроксимации использовались следующие критерии: скорректированный коэффициент множественной детерминации  $R_{adj}^2$ ; максимальное отклонение  $\max R_i$  результатов компьютерного эксперимента  $g_{exp}(r)$  от результатов аппроксимации  $g_{fit}(r)$  по всем точкам

$$R_i = \left| \frac{g_{fit}(r_i) - g_{exp}(r_i)}{g_{exp}(r_i)} \right|, \quad (3)$$

среднее значение отклонения

$$\bar{R} = \sum_{i=1}^{i=N} R_i / N, \quad (4)$$

среднеквадратичное отклонение

$$\langle R \rangle = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=N} R_i^2}{N}}, \quad (5)$$

а также

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} (g_{fit}(r_i) - g_{exp}(r_i))^2}{N - p}. \quad (6)$$

Количество вокселей, в которых производились вычисления, равнялось 1500, а радиальная дозовая функция определялась в диапазоне от 2 до 100 мм от источника.

Использовались два подхода. В первом значении радиальной дозовой функции вычислялось во всех точках с различной толщиной области от 0,1 до 1 мм с шагом 0,1 мм путем суммирования поглощенной энергии во всех соседних вокселях. Соответствующее значение приписывалось точке посередине объединенных вокселей. Согласно второму подходу, поглощенная энергия определялась на фиксированных расстояниях от центра источника: 2,5, 5, 7,5, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 и 100 мм. Ширина цилиндрического вокселя составляла 0,1, 0,2, 0,4 и 0,6 мм.

Для детального исследования роли геометрии проводились четыре типа аппроксимации: 1) без учета погрешностей; 2) с учетом статистической погрешности вычисления поглощенной дозы в каждом вокселе; 3) без учета статистической погрешности, но с учетом неопределенности положения точки, которой приписывается определяемая поглощенная доза; неопределенность составляет  $k\Delta r/2$ , где  $\Delta r = 0,1$  мм, а  $k$  – число соседних вокселей, по которым проводится усреднение; 4) с учетом погрешностей обоих видов.

Ошибки аппроксимации оценивались согласно стандартному выражению

$$\Delta g_{fit}(r) = \sqrt{\sum_k \left( \frac{\partial g_{fit}(r)}{\partial a_k} \Delta a_k \right)^2}, \quad (7)$$

где  $a_k$  – коэффициенты аппроксимации полиномом требуемой степени, а  $\Delta a_k$  – погрешности



Таблица 1. Параметры качества аппроксимации радиальной дозовой функции без учета погрешностей

Параметр	Размер вокселя, мм									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$R_{adj}^2$	0,995	0,995	0,995	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996
	0,995	0,996	0,996	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997
	0,995	0,997	0,997	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998
$\max R_i, \%$	12,696	6,725	8,869	8,575	9,268	8,485	7,662	4,276	7,800	7,935
	11,828	6,904	8,646	8,363	8,356	7,802	7,806	5,089	7,097	7,494
	12,496	6,721	8,737	8,573	9,207	8,405	7,437	5,976	7,760	7,896
$\bar{R}, \%$	3,680	1,527	4,629	4,636	4,641	4,620	4,619	0,856	4,612	4,647
	3,609	1,541	4,599	4,607	4,576	4,634	4,641	0,900	4,615	4,612
	3,606	1,533	4,569	4,638	4,604	4,582	4,609	0,878	4,567	4,633
$\langle R \rangle, \%$	4,052	1,166	4,793	4,774	4,766	4,734	4,715	1,298	4,704	4,726
	3,980	1,185	4,766	4,748	4,705	4,751	4,739	1,387	4,710	4,694
	3,978	1,196	4,737	4,778	4,732	4,700	4,705	1,368	4,662	4,713
$\chi^2, \times 10^{-3}$	1,311	0,179	2,024	2,013	2,010	1,986	1,974	0,106	1,977	1,993
	1,269	0,180	2,005	1,996	1,967	2,004	1,999	0,114	1,991	1,980
	1,267	0,177	1,986	2,021	1,992	1,972	1,982	0,110	1,951	2,007

Здесь и в табл. 2–7 в каждой ячейке первое значение соответствует полиному 3-й степени, второе – 4-й и третье – 5-й

Таблица 2. Параметры качества аппроксимации радиальной дозовой функции с учетом неопределенности положения точки

Параметр	Размер вокселя, мм									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$R_{adj}^2$	0,958	0,973	0,978	0,982	0,983	0,985	0,987	0,985	0,987	0,989
	0,958	0,973	0,978	0,982	0,984	0,985	0,988	0,985	0,988	0,989
	0,958	0,974	0,978	0,982	0,984	0,985	0,988	0,985	0,988	0,990
$\max R_i, \%$	9,445	6,454	5,721	4,216	4,953	3,993	3,364	4,954	3,476	3,444
	9,022	6,193	5,713	3,864	4,423	4,090	3,375	5,127	3,079	3,067
	9,450	6,516	5,482	4,192	4,962	4,461	3,491	5,432	3,826	3,664
$\bar{R}, \%$	1,405	1,120	1,004	0,918	0,872	0,795	0,753	0,777	0,718	0,672
	1,402	1,118	0,999	0,912	0,866	0,794	0,745	0,774	0,717	0,674
	1,396	1,114	0,992	0,899	0,856	0,778	0,724	0,758	0,696	0,650
$\langle R \rangle, \%$	1,858	1,459	1,312	1,191	1,133	1,082	0,986	1,098	0,962	0,903
	1,859	1,456	1,306	1,187	1,129	1,080	0,980	1,097	0,961	0,893
	1,854	1,452	1,301	1,184	1,24	1,076	0,969	1,093	0,950	0,883
$\chi^2, \times 10^{-4}$	2,487	1,581	1,382	1,158	1,054	0,976	0,802	0,872	0,790	0,689
	2,477	1,567	1,367	1,146	1,042	0,970	0,788	0,874	0,787	0,672
	2,458	1,547	1,344	1,127	1,021	0,958	0,759	0,869	0,760	0,644

**Таблица 3.** Параметры качества аппроксимации радиальной дозовой функции с учетом неопределенности поглощенной дозы

Параметр	Размер вокселя, мм									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$R_{adj}^2$	0,994	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,997	0,996	0,997	0,989
	0,995	0,996	0,997	0,997	0,997	0,996	0,997	0,996	0,997	0,989
	0,996	0,997	0,997	0,998	0,998	0,997	0,998	0,997	0,998	0,989
$\max R_i, \%$	3,370	3,269	3,272	3,303	3,196	3,250	3,292	3,278	3,406	6,756
	2,822	2,716	2,704	2,747	2,648	2,769	2,693	2,854	2,876	6,721
	2,299	2,370	2,155	2,211	2,130	2,349	2,105	2,865	2,392	6,712
$\bar{R}, \%$	0,480	0,415	0,388	0,369	0,360	0,356	0,348	0,333	0,328	5,644
	0,455	0,387	0,362	0,350	0,326	0,324	0,325	0,317	0,302	5,646
	0,424	0,358	0,326	0,302	0,287	0,287	0,266	0,270	0,258	5,618
$\langle R \rangle, \%$	0,632	0,562	0,533	0,518	0,507	0,510	0,495	0,523	0,490	5,670
	0,591	0,515	0,484	0,466	0,450	0,460	0,434	0,485	0,430	5,667
	0,548	0,472	0,431	0,411	0,392	0,413	0,363	0,449	0,370	5,635
$\chi^2, \times 10^{-3}$	0,031	0,026	0,026	0,025	0,024	0,025	0,024	0,027	0,024	2,556
	0,026	0,021	0,020	0,019	0,019	0,020	0,017	0,023	0,018	2,570
	0,022	0,017	0,016	0,015	0,014	0,016	0,012	0,020	0,013	2,561

**Таблица 4.** Параметры качества аппроксимации радиальной дозовой функции с учетом неопределенности поглощенной дозы и неопределенности положения точки

Параметр	Размер вокселя, мм									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$R_{adj}^2$	0,994	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995	0,995	0,997	0,997
	0,995	0,996	0,996	0,996	0,997	0,996	0,997	0,996	0,997	0,997
	0,996	0,997	0,997	0,997	0,998	0,997	0,98	0,997	0,998	0,998
$\max R_i, \%$	3,370	3,111	3,128	3,147	3,042	3,059	3,150	3,002	3,406	2,986
	2,822	2,531	2,543	2,560	2,471	2,524	2,538	2,855	2,876	2,392
	2,299	2,631	1,984	2,002	1,942	2,511	1,957	3,456	2,392	1,841
$\bar{R}, \%$	0,480	0,424	0,400	0,382	0,369	0,370	0,361	0,356	0,328	0,338
	0,455	0,397	0,372	0,358	0,340	0,338	0,336	0,334	0,302	0,312
	0,424	0,361	0,334	0,308	0,299	0,295	0,272	0,280	0,258	0,253
$\langle R \rangle, \%$	0,632	0,566	0,539	0,521	0,509	0,514	0,499	0,528	0,490	0,494
	0,591	0,519	0,487	0,468	0,454	0,465	0,437	0,487	0,430	0,422
	0,548	0,472	0,434	0,414	0,397	0,417	0,367	0,450	0,370	0,347
$\chi^2, \times 10^{-5}$	3,100	2,578	2,595	2,472	2,400	2,473	2,345	2,694	2,356	2,347
	2,627	2,082	2,032	1,924	1,840	1,966	1,727	2,254	1,781	1,666
	2,207	1,665	1,552	1,453	1,366	1,555	1,176	1,922	1,289	1,087

**Таблица 5.** Погрешности аппроксимации полиномами 3–5-й степени на радиусе 10 см, %

Тип аппроксимации	Размер вокселя, мм									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
1	0,87	1,12	1,33	1,50	1,67	1,81	1,90	2,12	2,25	2,31
	3,34	4,25	4,95	5,57	6,15	6,63	6,89	7,75	8,28	8,23
	13,1	16,1	18,4	20,4	22,4	23,8	24,4	27,4	29,5	28,7
2	2,35	2,63	2,89	3,06	3,27	3,40	3,41	3,91	3,75	3,76
	9,83	11,03	12,14	12,82	13,68	14,21	14,29	16,50	15,71	15,68
	42,1	47,1	51,7	54,5	58,3	60,5	60,6	70,6	66,3	66,2
3	10,16	14,25	17,5	19,9	22,7	24,4	26,5	28,1	30,8	30,6
	42,5	59,6	73,3	83,5	95,0	102	111	117	130	129
	13,36	256	315	358	408	434	475	502	557	553
4	10,2	858	990	1149	1276	1382	1514	1623	30,3	32,3
	42,3	3624	4178	4852	5390	5816	6386	6847	126,4	136
	13,4	15606	17984	20898	23245	24953	27483	29479	540	585

**Таблица 6.** Параметры качества аппроксимации радиальной дозовой функции на фиксированном радиусе без учета погрешностей

Параметр	Размер вокселя, мм			
	0,1	0,2	0,4	0,6
$R_{adj}^2$	0,976	0,994	0,995	0,985
	0,988	0,997	0,997	0,994
	0,995	0,997	0,998	0,994
$\max R_i, \%$	2,047	0,744	0,745	16,70
	1,116	0,575	0,784	13,91
	0,813	0,546	0,269	13,18
$\bar{R}, \%$	0,837	0,384	0,383	2,399
	0,586	0,243	0,286	1,964
	0,331	0,226	0,120	1,982
$\langle R \rangle, \%$	1,010	0,434	0,430	5,183
	0,669	0,300	0,341	4,323
	0,426	0,276	0,137	4,164
$\chi^2, \times 10^{-5}$	12,54	2,155	2,148	169
	5,898	1,140	1,012	129
	2,525	1,062	0,874	121

**Таблица 7.** Параметры качества аппроксимации радиальной дозовой функции на фиксированном радиусе с учетом всех погрешностей

Параметр	Размер вокселя, мм			
	0,1	0,2	0,4	0,6
$R_{adj}^2$	0,978	0,994	0,994	0,985
	0,989	0,997	0,997	0,993
	0,995	0,997	0,998	0,996
$\max R_i, \%$	1,926	0,725	0,760	16,89
	1,051	0,583	0,839	14,07
	0,768	0,534	0,382	12,96
$\bar{R}, \%$	0,837	0,387	0,381	2,38
	0,579	0,245	0,292	1,97
	0,337	0,226	0,124	1,98
$\langle R \rangle, \%$	1,015	0,433	0,430	5,25
	0,670	0,301	0,351	4,37
	0,428	0,277	0,154	4,11
$\chi^2, \times 10^{-5}$	12,67	1,690	2,148	173
	5,966	0,816	0,922	132
	2,590	0,686	0,720	131

определения данных коэффициентов методом наименьших квадратов. Для удобства сравнения строятся кривые  $\Delta g_{fit} / g_{fit}$ .

## Результаты

На рис. 2 представлена зависимость радиальной дозовой функции от расстояния до центра источника при определении поглощенной дозы в слоях толщиной 0,1 мм ( $k=1$ ) и 1 мм ( $k=10$ ). Увеличение размера области интереса приводит

к существенному сглаживанию кривой, однако при этом – и к заметному искажению формы кривой на малых расстояниях.

Из сводных данных (табл. 1–4), рассчитанных по формулам (3–6) указанными выше способами и характеризующих качество аппроксимации полиномами, следует, что увеличение области, в которой определяется поглощенная доза, свыше 0,5 мм приводит к слабым изменениям качества аппроксимации полиномами 3–5-й степени. Учет

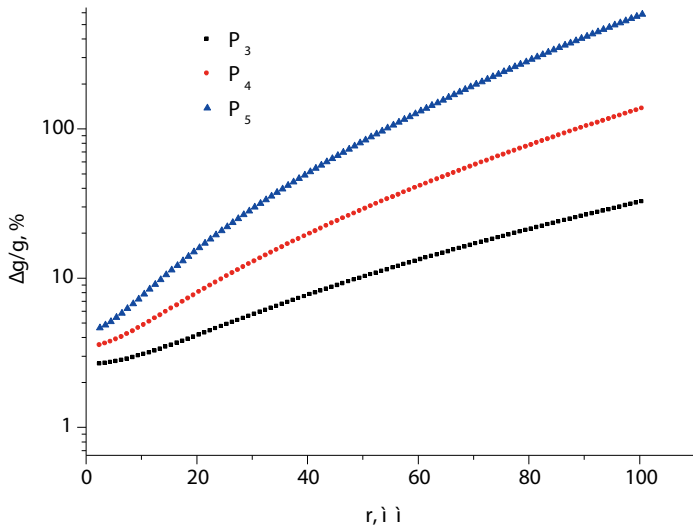


Рис. 3. Типичный вид погрешности аппроксимации экспериментальных данных полиномами 3–5-й степени

обоих типов погрешностей приводит к заключению о том, что погрешность определения поглощенной дозы играет большую роль, чем погрешность области определения. Увеличение степени полинома улучшает качество аппроксимации.

Вместе с тем кроме качества аппроксимации данной кривой набора экспериментальных точек важную роль играет и погрешность определения коэффициентов аппроксимации выбранными полиномами. На рис. 3. изображены типичные кривые погрешностей аппроксимации, рассчитанные по формуле (7), а в табл. 5 приведены максимальные погрешности. Ясно видно, что с точки зрения минимизации возможной погрешности аппроксимации оптимально использование полиномов 3-й степени. Кроме того, поскольку минимальная возможная ошибка аппроксимации с учетом всех видов погрешностей составляет порядка 10%, тогда как ошибка качества аппроксимации при тех же условиях – порядка 3%, оптимальным представляется разбиение на минимально возможные воксели. И это несмотря на то обстоятельство, что увеличивается статистическая погрешность определения поглощенной дозы в вокселях.

Параметры, характеризующие качество аппроксимации радиальной дозовой функции, определенной на фиксированных радиусах при различных размерах вокселя, представлены в табл. 6 и 7. Анализ данных показал: без учета погрешностей оптимальным среди рассмотренных является размер вокселя 0,2 мм при аппроксимации полиномами 3-й и 4-й степени и 0,4 мм для полиномов 5-й степени. Учет погрешностей

приводит к аналогичным выводам. Что касается оценки погрешностей аппроксимации, во всех случаях наименьшая погрешность свойственна полиномам 3-й степени при максимальном отклонении данных аппроксимации от расчетных около 2% и средних отклонениях порядка 1% и достигается при минимальном размере вокселя. Сама погрешность аппроксимации составляет около 25% на радиусе 10 см без учета аппроксимации и 140% с учетом погрешностей аппроксимации. Таким образом, погрешность аппроксимации, оцениваемая по формуле (7), оказывает решающее влияние на выбор степени полинома аппроксимации. Минимальной погрешностью аппроксимации с приемлемым качеством обладают полиномы 3-й степени. При этом качество аппроксимации по полному набору данных оптимальнее, чем по фиксированному набору радиусов. Несмотря на несколько большее максимальное отклонение кривой аппроксимации (3% против 2%), средняя ошибка меньше (0,48% против 0,86%). Авторы считают целесообразным при определении качества аппроксимации полностью указывать следующий набор данных: размер вокселя, статистическую погрешность определения поглощенной дозы во всех вокселях, условия определения коэффициентов аппроксимации (с учетом погрешностей или без), а также приводить оценки возможных погрешностей аппроксимации.

## Заключение

В настоящей работе детально исследована зависимость качества аппроксимации радиальной дозовой функции кобальтовых источников для брахитерапии, определенная по данным компьютерного эксперимента полиномами 3-й степени. Показано, что качество аппроксимации существенным образом зависит не только от статистической погрешности определения поглощенной дозы, которая в теории может быть сделана сколь угодно малой величиной, но и от размера области, в которой определяется поглощенная доза. Качество аппроксимации повышается с уменьшением размера области. Это свидетельствует о том, что выбранной статистики достаточно для определения радиальной дозовой функции. Качество аппроксимации с учетом погрешностей определения функции выше при определении по полному набору данных, а не на фиксированном радиусе.

Оптимальным выбором для аппроксимации радиальной дозовой функции представляются полиномы 3-й степени, по крайней мере в том случае,



если необходимо достичь неопределенности аппроксимирующей функции в 25% и менее на радиусе 10 см. При определении радиальной дозовой функции, рассчитанной по конкретным радиусам, целесообразно указывать в публикациях размер области. Требуется также приводить не только параметры аппроксимации, но и погрешности их определения с четким указанием всего набора

сведений, однозначно определяющих способ и условия вычисления параметров. При вычислении поглощенной дозы на системах планирования с предустановленными аппроксимирующими функциями в виде полиномов 5-й степени необходимо иметь в виду, что на расстояниях более 10 см от источника неопределенность вычисления поглощенной дозы может достигать  $10^2$ – $10^5\%$ . ©

## Литература / References

- Nath R, Anderson LL, Luxton G, Weaver KA, Williamson JF, Meigooni AS. Dosimetry of interstitial brachytherapy sources: recommendations of the AAPM Radiation Therapy Committee Task Group No. 43. American Association of Physicists in Medicine. *Med Phys.* 1995;22(2):209–34. doi: <http://dx.doi.org/10.1118/1.597458>.
- Rivard MJ, Coursey BM, DeWerd LA, Hanson WF, Huq MS, Ibbott GS, Mitch MG, Nath R, Williamson JF. Update of AAPM Task Group No. 43 Report: A revised AAPM protocol for brachytherapy dose calculations. *Med Phys.* 2004;31(3):633–74. doi: <http://dx.doi.org/10.1118/1.1646040>.
- Bahreyni Toossi MT, Ghorbani M, Mowlavi AA, Meigooni AS. Dosimetric characterizations of GZP6 (60)Co high dose rate brachytherapy sources: application of superimposition method. *Radiol Oncol.* 2012;46(2):170–8. doi: [10.2478/v10019-012-0005-3](http://dx.doi.org/10.2478/v10019-012-0005-3).
- Tabrizi SH, Asl AK, Azma Z. Monte Carlo derivation of AAPM TG-43 dosimetric parameters for GZP6 Co-60 HDR sources. *Phys Med.* 2012;28(2):153–60. doi: [10.1016/j.ejmp.2011.04.004](http://dx.doi.org/10.1016/j.ejmp.2011.04.004).
- Papagiannis P, Angelopoulos A, Pantelis E, Sakelliou L, Karaiskos P, Shimizu Y. Monte Carlo dosimetry of 60Co HDR brachytherapy sources. *Med Phys.* 2003;30(4):712–21. doi: <http://dx.doi.org/10.1118/1.1563662>.
- Selvam TP, Bhola S. Technical note: EGSnrc-based dosimetric study of the BEBIG 60Co HDR brachytherapy sources. *Med Phys.* 2010;37(3):1365–70. doi: <http://dx.doi.org/10.1118/1.3326948>.
- Granero D, Pérez-Calatayud J, Ballester F. Technical note: Dosimetric study of a new Co-60 source used in brachytherapy. *Med Phys.* 2007;34(9):3485–8. doi: <http://dx.doi.org/10.1118/1.2759602>.
- Ballester F, Granero D, Pérez-Calatayud J, Casal E, Agramunt S, Cases R. Monte Carlo dosimetric study of the BEBIG Co-60 HDR source. *Phys Med Biol.* 2005;50(21):N309–16.
- High Energy Brachytherapy Source Dosimetry (HEBD) Working Group. Dose Calculation for Photon-Emitting Brachytherapy Sources with Average Energy Higher than 50 keV: Full Report of the AAPM and ESTRO. AAPM One Physics Ellipse College Park, MD 20740-3846; 2012. 229 p.
- <http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/>

## Errors in fitting radial dose function of Cobalt sources for brachytherapy with 3-5 degree polynomials

Belousov A.V.<sup>1</sup> • Belyanov A.A.<sup>2</sup> • Chernyaev A.P.<sup>1,2</sup>

**Background:** Providing quality insurance for radiation therapy implies high level of precision for determining absorbed dose, and therefore high level of precision for fitting radial dose function. 3-5 degree polynomials provide required precision, however, uncertainty of their coefficients may cause substantial errors. **Aim:** To investigate dependence of errors of calculating radial dose function with consideration of uncertainty of coefficients from different degrees of fitting polynomial. **Materials and methods:** Calculations were performed with software package GEANT4.9.6. Geometry and materials of the source correspond to the model BEBIGCo0.A86. Spectral structure of the source corresponds to the NuDat 2.6 database.

Statistical processing was done using nonlinear least-square method. **Results:** Values of the radial dose function of Cobalt source for brachytherapy were calculated for given geometry. Conducted comparison of precisions of 3 to 5 degree polynomial approximations and possible uncertainties of results of radial dose function calculations. **Conclusion:** With required precision of 25% and higher at the radius of 10 cm the optimal choice for radial dose approximation is the 3<sup>rd</sup> degree polynomial.

**Key words:** approximation, brachytherapy, cobalt, radial dose function

doi: [10.18786/2072-0505-2016-44-2-140-147](https://doi.org/10.18786/2072-0505-2016-44-2-140-147)

**Belousov Aleksandr V.** – PhD (in Physics and Mathematics), Associate Professor, Chair of Physics of Accelerators and Radiation Medicine, Faculty of Physics<sup>1</sup>

✉ Faculty of Physics MSU, 1 Leninskie gory, Moscow, 119991, Russian Federation.  
Tel.: +7 (495) 939 49 46.  
E-mail: [belousovav@physics.msu.ru](mailto:belousovav@physics.msu.ru)

**Belyanov Aleksandr A.** – Junior Research Fellow, Chair of Physics of Accelerators and Radiation Medicine, Faculty of Physics<sup>1</sup>

**Chernyaev Aleksandr P.** – PhD (in Physics and Mathematics), Professor, Head of the Chair of Physics of Accelerators and Radiation Medicine, Faculty of Physics<sup>1</sup>, Head of the Laboratory of Beam Technologies and Medical Physics<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Lomonosov Moscow State University; 1 Leninskie gory, Moscow, 119991, Russian Federation

<sup>2</sup> Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University; 1 Leninskie gory, Moscow, 119991, Russian Federation